

## *Calcul stochastique pour la finance*

**Contexte.** Après avoir introduit le mouvement brownien et présenté ses principales propriétés, l'objet de ce mini-cours est de donner un sens aux équations différentielles dirigées par un processus d'Itô, puis d'en présenter des applications en finance pour la modélisation des prix d'actifs risqués et des taux d'intérêt.

Ce cours s'adresse à des personnes connaissant bien l'analyse fonctionnelle et les probabilités, mais n'ayant jamais suivi de cours de calcul stochastique.

**Acquis d'apprentissage visés.** A l'issue de ce module, l'apprenant devra être capable de

- 1) Définir et énoncer les principales propriétés des classes de processus stochastiques à temps continu suivantes : processus de Markov, martingales, processus gaussiens et mouvement brownien.
- 2) Construire l'intégrale de Wiener par rapport au mouvement brownien.
- 3) Définir et manipuler l'intégrale d'Itô par rapport au mouvement brownien, puis par rapport à un processus d'Itô.
- 4) Énoncer la formule d'Itô et la formule d'intégration par parties stochastique. Choisir la formule appropriée pour poser ou résoudre des équations différentielles stochastiques.
- 5) Énoncer le théorème de Girsanov.
- 6) Définir et démontrer les principales propriétés des stratégies autofinancées.
- 7) Définir le modèle de prix de Black-Scholes.
- 8) Définir et démontrer les principales propriétés des modèles de taux d'intérêt de Vasicek et Cox-Ingersoll-Ross.

**Durée :** 7h (CM : 5h ; TD : 2h) sur une journée.

**Date :** 28/06/2019

**Nombre de places disponibles :** 10

**Public visé :** Enseignants de mathématiques en CPGE.

**Lieu de la formation.** ESME Sudria  
Site de Paris-Montparnasse,  
40 Rue du Docteur Roux, 75015, Paris

**Contact.** Nicolas MARIE  
Enseignant-chercheur en mathématiques appliquées  
Responsable de la majeure Ingénierie Financière et Statistique  
eMail : [nicolas.marie@esme.fr](mailto:nicolas.marie@esme.fr)  
Page web : <https://sites.google.com/site/nmariemath/>

**Bibliographie.** Les références suivantes peuvent être consultées en amont :

[1] F. Comets et T. Meyre. *Calcul stochastique et modèles de diffusions*. Dunod, 2006.

[2] J. Jacod. *Calcul stochastique et problèmes de martingales*. Springer, 1979.

- [3] D. Lamberton et B. Lapeyre. *Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance*. Ellipses, 2012.
- [4] J.F. Le Gall. *Mouvement brownien, martingales et calcul stochastique*. Springer, 2012.
- [5] N. Marie. *Introduction à la modélisation probabiliste et statistique*. Ellipses, collection Références Sciences, 2018.
- [6] D. Revuz et M. Yor. *Continuous Martingales and Brownian Motion*. Springer, 1999.